I TRE CONCETTI-BASE DELLA GEOMETRIA ANALITICA

1. APPARTENENZA DI UN PUNTO AD UNA CURVA DI EQUAZIONE DATA

$P(x_0, y_0)$ appartiene alla curva di equazione $F(x, y) = 0$ se e solo se $F(x_0, y_0) = 0$

ESEMPI

a) P(-3; 2) appartiene alla curva di equazione $x^2 - 3y^2 - 2x - 3 = 0$, infatti:
$(-3)^2 - 3\cdot 2^2 - 2(-3) - 3 = 9 - 12 + 6 - 3 = 0$

b) Trovare l'ordinata del punto P di ascissa 4 della retta r: $y = 2x-5$

Si ha: $y = 2\cdot 4 - 5 = 3$, quindi: P(4; 3)

2. PUNTI DI INTERSEZIONE TRA DUE CURVE DI EQUAZIONI DATE

Per calcolare le coordinate dei punti di intersezione tra due curve di equazioni date basta risolvere il sistema delle due equazioni.

ESEMPIO

Coordinate dei punti di intersezione tra la parabola di equazione $y = x^2 - 2x$ e la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 12x = 0$.

Risolviamo il sistema: $\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ x^2 + y^2 - 20x = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ x^2 + (x^2 - 2x)^2 - 12x = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = x^2 - 2x \\ x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 20x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ x^3(x-4) + 5x(x-4) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = x^2 - 2x \\ x(x^2+5)(x-4) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = 8 \end{cases}$$

Quindi la parabola e la circonferenza si intersecano nei punti O(0;0) e A(4;8)

3. CONDIZIONE DI TANGENZA RETTA-CONICA

Una retta è tangente a una conica se i loro punti di intersezione sono coincidenti quindi se il discriminante dell'equazione risolvente del sistema retta-conica è uguale a 0.

Per calcolare le **equazioni delle tangenti a una conica passanti per un punto P** si deve quindi scrivere il fascio di rette di centro P, intersecare la parabola con la generica retta del fascio e porre $\Delta=0$ nell'equazione risolvente. Si otterrà un'equazione in m che, risolta, darà i coefficienti angolari delle rette tangenti. Sostituendo tali valori nell'equazione del fascio si otterranno le due rette.

Per calcolare le **equazioni delle tangenti a una conica parallele o perpendicolari a una retta data** si dovrà intersecare con la generica retta di un fascio improprio. In questo caso si avrà un'equazione in q.